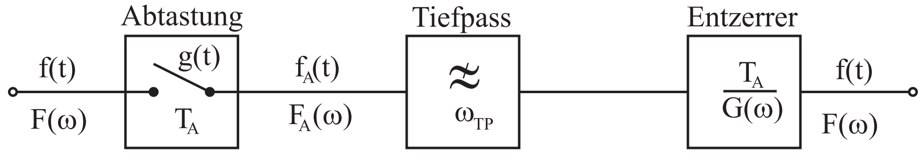
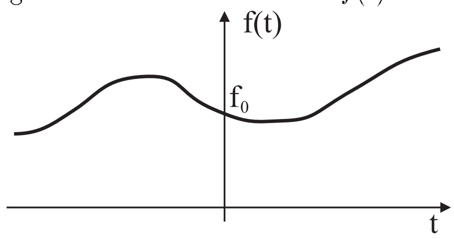
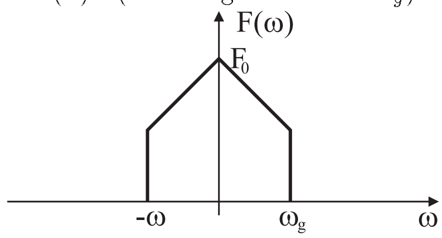
Kochrezept: abgetastete Signale

- Block-Schaltbild

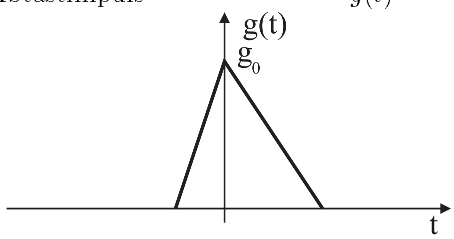


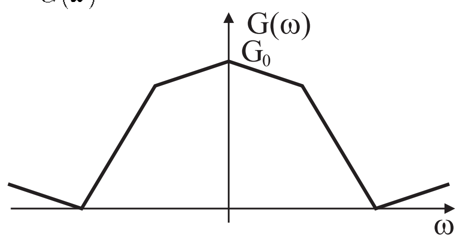
- Signal $\qquad f(t) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad F(\omega)$ (bandbegrenzt durch ω_g)





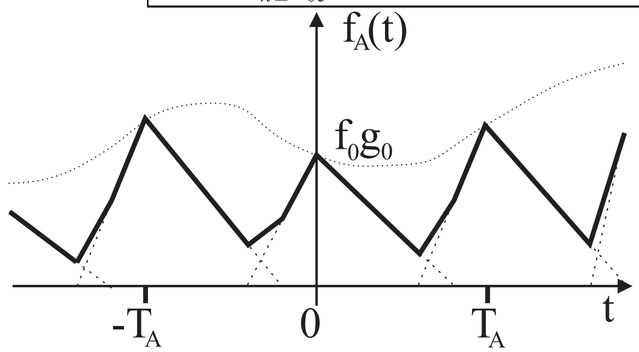
- Abtastimpuls $\qquad g(t) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad G(\omega)$

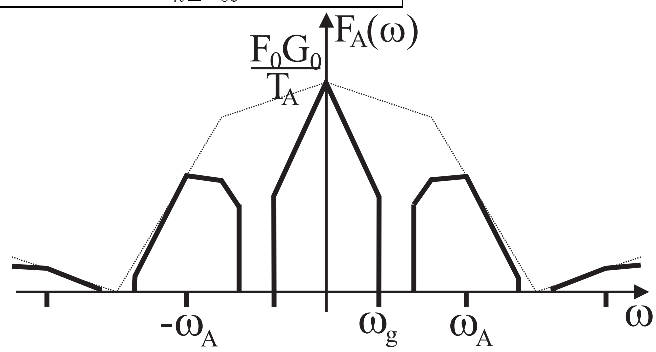




- Abtastung von $f(t)$ mit $g(t)$ im Abstand T_A, $\boxed{\frac{2\pi}{T_A} = \omega_A \geq 2\omega_g}$

$$\boxed{f_A(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nT_A)g(t-nT_A) \qquad \circ\!\!-\!\!\bullet \qquad F_A(\omega) = \frac{G(\omega)}{T_A} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\omega - n\omega_A)} \quad \text{mit } \omega_A = \frac{2\pi}{T_A}$$





- Signalrückgewinnung möglich, falls
  $\omega_A \geq 2\omega_g$ und $G(\omega)$ keine Nullstellen in $[-\omega_g, \omega_g]$ hat.

- Signalrückgewinung mit Tiefpass und Entzerrer
  Tiefpass: $H_{TP}(\omega) = r_\Omega$ mit $\Omega \in [\omega_g, \omega_A - \omega_g]$ (z.B. $\Omega = \omega_g$ oder $\Omega = \frac{\omega_A}{2}$)
  $\rightsquigarrow F_A(\omega)H_{TP} = \frac{G(\omega)}{T_A}F(\omega)$
  Entzerrer: $H_E(\omega) = \begin{cases} \frac{T_A}{G(\omega)} & \text{für } |\omega| \leq \omega_g \\ \text{beliebig} & \text{sonst} \end{cases}$ $\qquad$ Achtung: $G(\omega)$ darf keine Nullstellen in $[-\omega_g, \omega_g]$ haben !

- Zusammenfassen von Tiefpass und Entzerrer zu Entzerrertiefpass
  $H_{ETP}(\omega) = H_{TP}H_E = \begin{cases} \frac{T_A}{G(\omega)} & \text{für } |\omega| \leq \omega_g \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

- Stabilitätstest:
  untersuche $f_A(mT_A)$ mit $m > 1$ für das Signal $f(t) = s(t)$

$$f_A(mT_A) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nT_A)g((m-n)T_A) = \sum_{n=0}^{\infty} g((m-n)T_A) = \sum_{k=-\infty}^{m} g(kT_A) \quad \underbrace{= \sum_{k=0}^{m} g(kT_A)}_{\substack{\text{falls } g(kT_A)=0 \\ \text{für } k=-1,-2,\ldots}}$$

$\rightsquigarrow$ Abtastsystem ist stabil, falls $\lim_{m\to\infty} f_A(mT_A)$ beschränkt ist