TDF I Formelsammlung

Formel	Einheiten	Größe	Bemerkungen
$F_{12} = -F_{21} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{(\overrightarrow{r_2} - \overrightarrow{r_1})}{\lvert \overrightarrow{r_2} - \overrightarrow{r_1} \rvert^3}$	Newton	Kraft, die zwei Punktaldungen aufeinander ausüben	Bei mehreren Ladungen gilt das Superpositionsprinzip.
$\varepsilon_0 = 8.8541 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$	$\frac{As}{Vm}$	elektrische Feldkonstante	
$\overrightarrow{E} := \frac{\overrightarrow{F}}{Q}$	$\frac{N}{C} = \frac{V}{m}$	elektrische Feldstärke	
$\rho(\overrightarrow{r}) = \frac{dQ}{d\tau}$	$\frac{C}{m^3}$	Raumladungsdichte	Volumenelement $d\tau = dx \cdot dy \cdot dz$
$\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}) = \int \frac{\rho(\overrightarrow{r'})(\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r'})}{4\pi\varepsilon_0 \lvert \overrightarrow{r} - \overrightarrow{r'} \rvert^3} d\tau$	$\frac{N}{C}$	elektrische Feldstärke; $d\tau = dx' \cdot dy' \cdot dz'$	$\overrightarrow{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{r'} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$
$\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}) = \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r_i}}{\lvert \overrightarrow{r} - \overrightarrow{r_i} \rvert^3}$	$\frac{N}{C}$	elektrische Feldstärke von n Punktladungen	Superpositionsprinzip
$\overrightarrow{D} = \varepsilon_0 \cdot \overrightarrow{E}$	$\frac{N}{Vm}$	Dielektr. Verschiebung bzw. Elektr. Flußdichte	
$\Omega = \int_A \overrightarrow{D} d\overrightarrow{A} = \int_A D_n(\overrightarrow{r'}) dA$	Coulomb	elektrischer Fluß durch A	mit $d\overrightarrow{A} = \lvert d\overrightarrow{A} \rvert \cdot \overrightarrow{n}$ und $\overrightarrow{D} \cdot \overrightarrow{n} = D_n$
$\Omega = \oint_{\partial V} \overrightarrow{D} d\overrightarrow{A} = \int_V \rho d\tau = \int_V dQ = Q$	Coulomb	im Volumen V befindliche Ladung Q	Gauß'sches Gesetz
$\rho = \text{div} \overrightarrow{D} := \lim_{V \to 0} \frac{\oint_{\partial V} \overrightarrow{D} d\overrightarrow{A}}{V}$	$\frac{Nm}{V}$	ρ als Divergenz (Quellstärke) von $\overrightarrow{D}$	differentielle Form des Gauß'schen Gesetzes
$\text{div} \overrightarrow{a} = \nabla \cdot \overrightarrow{a}$ (Skalarprodukt)	—	Divergenz von $\overrightarrow{a}(\overrightarrow{r})$	mit Nabla-Operator $\nabla = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix}$
$\text{rot} \overrightarrow{a} = \nabla \times \overrightarrow{a}$ (Kreuzprodukt)	—	Rotation von $\overrightarrow{a}(\overrightarrow{r})$	$\overrightarrow{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$; div rot $\overrightarrow{a} = 0$
$\text{grad} f(\overrightarrow{r}) = \nabla f(\overrightarrow{r})$	—	Gradient einer skalaren Funktion $f(\overrightarrow{r})$	
$\int_A \text{rot} \overrightarrow{a} d\overrightarrow{A} = \oint_{\partial A} \overrightarrow{a} d\overrightarrow{s}$	—	Stokes´scher Integralsatz	∂A: Randkurve der Fläche A
$W = -\int_C \overrightarrow{F_{el}}(\overrightarrow{r}) d\overrightarrow{s} = -\int_C Q\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}) d\overrightarrow{s} = Q \cdot \Delta\varphi$	$J = Ws$	Arbeit beim Verschieben einer Ladung Q entlang C	Potentialdifferenz $\Delta\varphi$ zwischen Start- und Endpunkt
$\varphi(\overrightarrow{r}) = \varphi_0 - \int_{p_0}^{p(\overrightarrow{r})} \overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}) d\overrightarrow{s}$	V	Potential eines Vektorfeldes	
$\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}) = -\text{grad}\varphi(\overrightarrow{r})$	$\frac{V}{m}$	elektrische Feldstärke als Gradient des Potentials	
$U_{21} = \varphi_2 - \varphi_1 = -\int_{p_1}^{p_2} \overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}) d\overrightarrow{s}$	Volt $[V]$	Spannung im Vektorfeld	
$w = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 = \frac{1}{2} ED$	$\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3}$	Elektrostatische Energiedichte	

$I = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}$	Ampère	Definition der Stromstärke	
$\overrightarrow{v} = b\overrightarrow{E}$	$\frac{m}{s}$	mittlere Driftgeschwindigkeit von Ladungsträgern	b: Beweglichkeit der Ladungsträger
$\overrightarrow{J} = \left(\frac{dI}{dA}\right)_{max} \overrightarrow{n}_{max} = \rho\overrightarrow{v}$	$\frac{A}{m^2}$	Konvektionsstromdichte	$\overrightarrow{n}_{max}$: Einheitsnormalenvektor auf dA

$\overrightarrow{J} = \kappa \overrightarrow{E}$	$\frac{A}{m^2}$	Leitungsstromdichte; Ohm'sches Gesetz	$\kappa = \rho \cdot b = -e \cdot n_e \cdot b$
$I = \int_A \overrightarrow{J} d\overrightarrow{A}$	A	Gesamtstrom durch die Fläche A	
$\operatorname{div} \overrightarrow{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$	$\frac{A}{m^3}$	Kontinuitätsgleichung (Ladungsträgererhaltung)	
$J_\perp + \frac{\partial \sigma}{\partial t} = 0$	$\frac{A}{m^2}$	Kontinuitätsgleichung für Begrenzungsflächen von Leitern	Analog dazu Grenzflächen zwischen zwei verschiedenen Leitern
$\overrightarrow{B} = \mu_0 \overrightarrow{H}$	$T = \frac{Vs}{m^2}$	magnetische Induktion (magnetische Flußdichte)	$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}$; $\mu_0 \cdot \varepsilon_0 = \frac{1}{c^2}$
$\Phi = \int_A \overrightarrow{B} d\overrightarrow{A}$	$Vs = Wb$	magnetischer Fluß in Weber	$\oint_A \overrightarrow{B} d\overrightarrow{A} = 0$; $\operatorname{div} \overrightarrow{B} = 0$
$\theta = \sum_i I_i = \oint_c \overrightarrow{H} d\overrightarrow{s}$	A	Durchflutungsgesetz	
$\operatorname{rot} \overrightarrow{H} = \overrightarrow{J} + \frac{\partial \overrightarrow{D}}{\partial t}$	$\frac{A}{m^2}$	1. Maxwellsches Gesetz (verallg. Durchflutungsgesetz)	$\oint_{\partial A} \overrightarrow{H} d\overrightarrow{s} = \int_A \left(\overrightarrow{J} + \frac{\partial \overrightarrow{D}}{\partial t} \right) d\overrightarrow{A}$ (integrale Form)
$\overrightarrow{F} = Q \left(\overrightarrow{E} + \overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B} \right)$	N	Gesamtkraft auf eine bewegte Ladung Q	elektrische Feldkraft + Lorentzkraft
$\left\lvert \overrightarrow{F} \right\rvert = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi r_1}$	N	Kraft, die zwei parallele Leiter aufeinander ausüben	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$
$\operatorname{rot} \overrightarrow{E} = -\frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t}$	$\frac{V}{m^2}$	2. Maxwellsches Gesetz (Induktionsgesetz)	$\oint_C \overrightarrow{E} d\overrightarrow{s} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}$
$\overrightarrow{S} = \overrightarrow{E} \times \overrightarrow{H}$	$\frac{V}{m} \cdot \frac{A}{m}$	Poynting-Vektor	Energieflußdichte (Leistung pro Fläche)
$\operatorname{div} \overrightarrow{S} = \overrightarrow{H} \cdot \operatorname{rot} \overrightarrow{E} - \overrightarrow{E} \cdot \operatorname{rot} \overrightarrow{H}$	$VA = W$	$\oint_{\partial V} \overrightarrow{S} \cdot d\overrightarrow{A} = -\int_V \left(\overrightarrow{H} \frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t} + \overrightarrow{E} \frac{\partial \overrightarrow{D}}{\partial t} \right) d\tau - \int_V \overrightarrow{E} \overrightarrow{J} \cdot d\tau$	

$\delta \left(\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r'} \right) = -\frac{1}{4\pi} \Delta \left(\frac{1}{\left\lvert \overrightarrow{r} - \overrightarrow{r'} \right\rvert} \right)$		Dirac'sche Deltafunktion (Distribution)	Ausblendeigenschaft: $\int_{R^3} f \left(\overrightarrow{r'} \right) \delta \left(\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r'} \right) d\tau' = f \left(\overrightarrow{r} \right)$
$\Delta \mathrm{G} \left(\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r'} \right) = -\delta \left(\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r'} \right)$		Greensche Funktion	$\mathrm{G} \left(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{r'} \right) = \frac{1}{4\pi \left\lvert \overrightarrow{r} - \overrightarrow{r'} \right\rvert}$
$\mathrm{K}(a, b) = \int_0^a \frac{d\psi}{\sqrt{1 - b^2 \sin^2 \psi}}$	—	vollständiges elliptisches Integral 1. Art	

Verhalten an Grenzflächen

Normalkomponenten von Flußdichten bleiben erhalten	$B_{1,\perp} = B_{2,\perp}$	$D_{1,\perp} = D_{2,\perp}$
Tangentialkomponenten von Feldstärken bleiben erhalten	$H_{1,\parallel} = H_{2,\parallel}$	$E_{1,\parallel} = E_{2,\parallel}$

Die Maxwellschen Gleichungen

1.	$\operatorname{rot} \overrightarrow{H} = \overrightarrow{J} + \frac{\partial \overrightarrow{D}}{\partial t}$	$\oint_{\partial A} \overrightarrow{H} \cdot d\overrightarrow{s} = \int_A \left(\overrightarrow{J} + \frac{\partial \overrightarrow{D}}{\partial t} \right) d\overrightarrow{A}$	verallgemeinertes Durchflutungsgesetz
2.	$\operatorname{rot} \overrightarrow{E} = -\frac{\partial B}{\partial t}$	$\oint \overrightarrow{E} \cdot d\overrightarrow{s} = -\frac{d\Phi}{dt}$	Induktionsgesetz
3.	$\operatorname{div} \overrightarrow{B} = 0$	$\oint \overrightarrow{B} \cdot d\overrightarrow{A} = 0$	Quellenfreiheit des magnetischen Feldes
4.	$\operatorname{div} \overrightarrow{D} = \rho$	$\oint_{\partial V} \overrightarrow{D} \cdot d\overrightarrow{A} = \int_V \rho \cdot d\tau$	Gauß'sches Gesetz.

Materialabhängige Hilfsgleichungen (Materialgleichungen)

Vakuum	Materie (linear)	allgemeiner Fall (nichtlinear)
$\overrightarrow{D} = \varepsilon_0 \cdot \overrightarrow{E}$	$\overrightarrow{D} = \varepsilon \cdot \overrightarrow{E}$	$\overrightarrow{D} = \overrightarrow{D} \left(\overrightarrow{E} \right)$
$\overrightarrow{B} = \mu_0 \cdot \overrightarrow{H}$	$\overrightarrow{B} = \mu \cdot \overrightarrow{H}$	$\overrightarrow{B} = \overrightarrow{B} \left(\overrightarrow{H} \right)$
—	$\overrightarrow{J} = \kappa \cdot \overrightarrow{E}$	$\overrightarrow{J} = \overrightarrow{J} \left(\overrightarrow{E} \right)$

Elektrostatik

2. Maxwellsche Gleichung für elektrostat. Felder	$\mathrm{rot}\overrightarrow{E}=0$	$\oint_C \overrightarrow{E}\,d\overrightarrow{s}=0$
4. Maxwellsche Gleichung für elektrostat. Felder	$\mathrm{div}\overrightarrow{D}=\rho$	$\oint_{\partial V}\overrightarrow{D}\,d\overrightarrow{A}=\int_V \rho d\tau$
elektrisches Potential	$\varphi\left(\overrightarrow{r}\right)=\varphi_0-\int_{\overrightarrow{r_0}}^{\overrightarrow{r}}\overrightarrow{E}\left(\overrightarrow{r'}\right)d\overrightarrow{r'}$	
elektrische Feldstärke	$\overrightarrow{E}=\frac{\overrightarrow{D}}{\varepsilon_0}=-\mathrm{grad}\varphi$	
Raumladungsdichte	$\rho=\mathrm{div}\overrightarrow{D}=-\varepsilon_0\Delta\varphi$	$\Delta=\nabla^2=\begin{pmatrix}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\\ \frac{\partial^2}{\partial y^2}\\ \frac{\partial^2}{\partial z^2}\end{pmatrix}$
Poisson-Gleichung (DGL für Potential)	$\Delta\varphi=-\frac{\rho}{\varepsilon_0}$	für $\rho=0$: Laplace-Gleichung.
Potential und Feldstärke von n Punktladungen Q_i an $\overrightarrow{r_i}$	$\varphi\left(\overrightarrow{r}\right)=\varphi_0-\sum_{i=1}^{n}\frac{Q_i}{4\pi\varepsilon_0\left\|\overrightarrow{r}-\overrightarrow{r_i}\right\|}$	$\overrightarrow{E}\left(\overrightarrow{r}\right)=\sum_{i=1}^{n}\frac{Q_i}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\overrightarrow{r}-\overrightarrow{r_i}}{\left\|\overrightarrow{r}-\overrightarrow{r_i}\right\|^3}$
Potential und Feldstärke einer Raumladungsverteilung	$\varphi\left(\overrightarrow{r}\right)=\int\limits_V\frac{\rho\left(\overrightarrow{r'}\right)}{4\pi\varepsilon_0\left\|\overrightarrow{r}-\overrightarrow{r'}\right\|}d\tau$	$\overrightarrow{E}\left(\overrightarrow{r}\right)=\int\limits_V\frac{\rho\left(\overrightarrow{r'}\right)\left(\overrightarrow{r}-\overrightarrow{r'}\right)}{4\pi\varepsilon_0\left\|\overrightarrow{r}-\overrightarrow{r'}\right\|^3}d\tau$
Flächenladung	$\sigma=\lim_{d\to 0}\rho d\big\|_{Q=\mathrm{const}}=\frac{dQ}{dA}\ \left[\frac{C}{m^2}\right]$	$\sigma=D_{2,\perp}-D_{1,\perp}$
Potential und Feldstärke einer Flächenladung	$\varphi\left(\overrightarrow{r}\right)=\int\limits_A\frac{\sigma\left(\overrightarrow{r'}\right)}{4\pi\varepsilon_0\left\|\overrightarrow{r}-\overrightarrow{r'}\right\|}dA'$	$\overrightarrow{E}\left(\overrightarrow{r}\right)=\int\limits_A\frac{\sigma\left(\overrightarrow{r'}\right)\left(\overrightarrow{r}-\overrightarrow{r'}\right)}{4\pi\varepsilon_0\left\|\overrightarrow{r}-\overrightarrow{r'}\right\|^3}dA'$
Linienladung	$q=\lim_{h\to 0}\sigma h\big\|_{Q=\mathrm{const}}=\frac{dQ}{dl}\ \left[\frac{C}{m}\right]$	
Potential und Feldstärke einer Linienladung	$\varphi\left(\overrightarrow{r}\right)=\int\limits_C\frac{q\left(\overrightarrow{r'}\right)}{4\pi\varepsilon_0\left\|\overrightarrow{r}-\overrightarrow{r'}\right\|}dl'$	$\overrightarrow{E}\left(\overrightarrow{r}\right)=\int\limits_C\frac{q\left(\overrightarrow{r'}\right)\left(\overrightarrow{r}-\overrightarrow{r'}\right)}{4\pi\varepsilon_0\left\|\overrightarrow{r}-\overrightarrow{r'}\right\|^3}dl'$
Punktladung	$\rho\left(\overrightarrow{r}\right)=Q\delta\left(\overrightarrow{r}-\overrightarrow{r'}\right)$	
Potential einer Punktladung	$\varphi\left(\overrightarrow{r}\right)=\frac{Q}{\varepsilon_0}\mathrm{G}\left(\overrightarrow{r},\overrightarrow{r'}\right)$	
allgemeine Lösung	$\varphi\left(\overrightarrow{r}\right)=\frac{1}{\varepsilon_0}\int_V\rho\left(\overrightarrow{r'}\right)\mathrm{G}\left(\overrightarrow{r},\overrightarrow{r'}\right)d\tau'$	

Feld und Potential einiger spezieller Ladungsverteilungen

Raumladungskugel

1. allgemein: $\rho=\rho(r)$ kugelsymmetrisch: $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$
   - $E_r(r)=\frac{1}{\varepsilon_0 r^2}\int_0^r\rho(r')\,r'^2dr'$
   - $\varphi(r)=-\int\limits_{\infty}^{r}E_r dr'$
2. homogene Verteilung: $\rho(r)=\rho_0$ für $r\le r_0$ und $\rho(r)=0$ sonst
   - $E_r(r)=\begin{cases}\frac{\rho_0}{3\varepsilon_0}r & \forall r\le r_0\\ \frac{\rho_0 r_0^3}{3\varepsilon_0}\frac{1}{r^2} & \forall r>r_0\end{cases}$
   - $\varphi(r)=\begin{cases}\frac{\rho_0 r_0^2}{2\varepsilon_0}\left[1-\frac{1}{3}\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right] & \forall r\le r_0\\ \frac{\rho_0 r_0^3}{3\varepsilon_0}\frac{1}{r} & \forall r>r_0\end{cases}$

Kugeloberfläche mit Ladung Q_0 entspricht Punktladung: $E_r = \frac{Q_o}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

Unendlich lange Linienladung an $\vec{r}'$

- $E_r = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2}$
- $\varphi(r) = -\frac{q}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{|\vec{r}-\vec{r}'|}{|\vec{r}_B-\vec{r}'|}$; $\vec{r}_B$: Bezugspunkt (Nullpotential/Massepunkt)

Raumladungszylinder (Radius r_0, homogen geladen mit ρ_0, $\varphi = 0$ an r_B)

- Innenraum ($r < r_0$):
  - $\varphi(\vec{r}) = -\frac{\rho_0}{4\varepsilon_0}(r^2 - r_0^2) - \frac{\rho_0 r^2}{2\varepsilon_0} \ln \frac{r_0}{r_B}$
  - $E_r = \frac{\rho_0 r}{2\varepsilon_0}$
- Außenraum ($r > r_0$):
  - $\varphi(r) = -\frac{\rho_0 r_0^2}{2\varepsilon_0} \ln \frac{r}{r_B}$
  - $E_r = \frac{\rho_0 r_0^2}{2\varepsilon_0} \frac{1}{r}$

Kreisförmige Linienladung: in der x-y-Ebene mit Radius r_0 um den Ursprung

- $\varphi(r, z) = \frac{q r_o}{2\pi\varepsilon_0} \frac{k}{\sqrt{r r_0}} \mathrm{K}\left(\frac{\pi}{2}, k\right)$ mit $k^2 = \frac{4 r r_0}{z^2 + (r + r_0)^2}$
- $\vec{E} = -\mathrm{grad}\varphi = -\frac{\partial\varphi}{\partial r}\vec{e_r} - \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{e_z}$

unendlich ausgedehnte Flächenladung: in der x-y-Ebene

- $E_z = \begin{cases} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} & \forall z > 0 \\ -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} & \forall z < 0 \end{cases}$

zwei unendlich lange parallele Linienladungen q und $-q$

- $\varphi(\vec{r}) = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r_2}{r}$ mit r: interessierender Punkt von q aus gemessen und r_2: interessierender Punkt von $-q$ aus gemessen; $\varphi = 0$: Symmetrieebene.

Elektrische Dipole

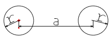
Moment eines realen Dipols	$\vec{p} = Q(\vec{r_+} - \vec{r_-})$	Ladungen Q und $-Q$ an den Stellen $\vec{r_+}$ und $\vec{r_-}$.
idealer Dipol	$\lvert\vec{p}\rvert = Q \cdot d$ mit $d \to 0$ und $Q \to \infty$ sodaß $\vec{p}$ konstant	
Potential und Feld eines idealen Dipols im Ursprung in Richtung $\theta = 0$, φ beliebig (Kugelkoordinaten)	$\varphi(\vec{r}) = \varphi(r, \theta) = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$	$E_r = -\frac{\partial\varphi}{\partial r} = \frac{2p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$ $E_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta} = \frac{p\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$ $E_\phi = -\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\varphi}{\partial\phi} = 0$
Potential und Feld eines ebenen idealen Dipols entlang der z-Achse in Richtung $+y$ (Zylinderkoord.)	$\varphi(\vec{r}) = \frac{qd\cos\theta}{2\pi\varepsilon_0 r^2}$	$E_r = -\frac{\partial\varphi}{\partial r} = \frac{p\cos\theta}{2\pi\varepsilon_0 r^2}$ $E_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta} = \frac{p\sin\theta}{2\pi\varepsilon_0 r^2}$ $E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z} = 0$
Polarisationsvektor (Dipoldichte, Volumendichte)	$P = \frac{dp}{d\tau}$	
Potential einer Volumendichte von Dipolen	$\varphi(\vec{r}) = \int_V \frac{\vec{P}(\vec{r})\mathrm{grad}' \frac{1}{\lvert\vec{r}-\vec{r}'\rvert}}{4\pi\varepsilon_0} d\tau' = -\int_V \frac{\mathrm{div}\vec{P}(\vec{r}')d\tau'}{4\pi\varepsilon_0\lvert\vec{r}-\vec{r}'\rvert} + \oint_A \frac{\vec{P}(\vec{r}')dA'}{4\pi\varepsilon_0\lvert\vec{r}-\vec{r}'\rvert}$	
Polarisationsladungen	$\rho_p(\vec{r}) = -\mathrm{div}\vec{P}(\vec{r})$	$\sigma_p(\vec{r}) = \frac{\vec{P}(\vec{r})d\vec{A}}{dA} = \vec{P}(\vec{r}) \cdot \vec{n}$

Elektrostatisches Feld in nichtleitender Materie

Polarisationsdichte	$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}$	χ: elektrische Suszeptibilität
relative Dielektrizitätskonstante	$\varepsilon_r = 1 + \chi$	$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$ (für lineare Materialien)
Dichte freier Ladung	$\rho_{\text{frei}} = \text{div}\vec{D}$	
Dichte gebundener Ladung	$\rho_{\text{geb}} = -\text{div}\vec{P}$	
Dielektrische Verschiebungsdichte	$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$	$\text{div}\vec{D} = \varepsilon_0 \text{div}\vec{E} + \text{div}\vec{P} \Leftrightarrow \varepsilon_0 \text{div}\vec{E} = \rho_{\text{frei}} + \rho_{\text{geb}} = \rho$
Polarisationsstromdichte	$\vec{J}_p = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} = (\varepsilon - \varepsilon_0)\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$	

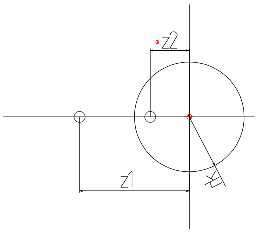
Kondensator, Kapazität

- $C = \frac{|Q|}{|U|} = \varepsilon_0 \frac{\oint_A \vec{E} d\vec{A}}{\int_1^2 \vec{E} d\vec{s}}$ mit A: eine der Elektroden umschließende Fläche; 1, 2: Startpunkt und Endpunkt derselben Feldlinie auf je einer der Elektroden.
- $W = \frac{1}{2} C \cdot U^2$ in einem Kondensator gespeicherte Energie.
- $\vec{F}_{\vec{x}} = -\frac{dW}{d\vec{x}}$ »Prinzip der Virtuellen Verrückung«

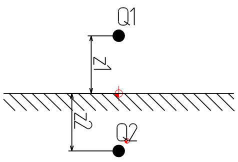
Plattenkondensator	$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$
Kugelkondensator	$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{r_i \cdot r_a}{r_a - r_i}$
Zylinderkondensator	$C' = \frac{C}{l} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln \frac{r_a}{r_i}}$
Doppelleitung: 	$C' = \frac{\pi\varepsilon_0}{\ln\left[\frac{a}{2r} + \sqrt{\left(\frac{a}{2r}\right)^2 - 1}\right]} \approx \frac{\pi\varepsilon_0}{\ln \frac{a}{r}}$ Näherung für $a \gg R$

Leiter im elektrischen Feld

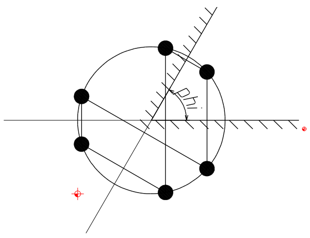
im elektrostatischen Feld stehen Feldlinien senkrecht auf Leiteroberflächen: $\vec{E} = \left|\vec{E}\right| \cdot \vec{n}$



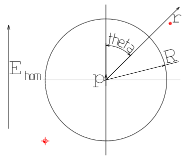
Punktladung vor einer leitenden Kugel: $z_2 = \frac{r_0^2}{z_1}$; $Q_2 = -Q_1\sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}} = -\frac{r_k}{Z_1} Q_1$



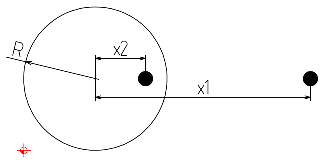
Punktladung über unendlich ausgedehnter leitender Ebene: $z_1 = z_2$; $Q_1 = -Q_2$



Punktladung in einem Eck ($\phi = \frac{\pi}{n}$ mit $n = 2, 3, \ldots$ ganzzahlig!) Zahl der Bildladungen: $N = 2n - 1$



Kugel im homogenen Feld: $p = 4\pi\varepsilon_0 R^2 E_{hom}$; $\varphi = E_{hom}\left(\frac{R^3}{r^2} - r\right)\cos\theta$; $E_r = E_{hom}\left(2\frac{R^3}{r^3} + 1\right)\cos\theta$; $E_\theta = E_{hom}\left(\frac{R^3}{r^3} - 1\right)\sin\theta$; resultierende Flächenladung auf der Kugeloberfläche: $\sigma(\theta) = 3\varepsilon_0 E_{hom}\cos\theta$ Weitere Ausführungen auch zu geladenen Kugeln in homogenen Feldern siehe `Lehner S. 75ff`



Linienladung vor einem leitenden Zylinder: $x_1 \cdot x_2 = R^2$; $q_2 = -q_1$

Formale Methoden zur Feldanaylse

1. Lösen der Laplace-Differenzialgleichung $\Delta\varphi = 0$ für die gegebene Geometrie. Dies geht wie folgt vonstatten:

   (a) In Senkrechten Koordinaten Auftrennen von φ in Faktoren in Richtung der Einheitsvektoren, welche nur von der jeweiligen Koordinate abhängen und lösen der Differenzialgleichung für jeden der Faktoren (z.B. in kartesischen Koordinaten: $\varphi = X(x) \cdot Y(y) \cdot Z(z)$ und damit Laplace-Gleichung:

   $$\underbrace{\frac{1}{X(x)}\frac{\partial^2 X}{\partial x^2}}_{(-k)} + \underbrace{\frac{1}{Y(y)}\frac{\partial^2 Y}{\partial y^2}}_{(-l)} + \underbrace{\frac{1}{Z(z)}\frac{\partial^2 Z}{\partial z}}_{(k+l)} = 0$$

   (b) Ansatz für die Faktoren meist trigonometrische, exponential- oder hyperbolische Funktionen.

   (c) Einschränkung des Lösungsraums (k, l) durch Geometriebetrachtungen (z.B. begrenzte oder periodische Anordnungen meist durch Summen anstatt Integrale darstellbar, Symmetriebetrachtungen etc.)

2. Berücksichtigung der Ladungen; es muß gelten: $\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} = -\frac{1}{\varepsilon_0}\mathrm{div}\vec{D}$; mit $-\varepsilon_0 \mathrm{grad}\varphi = \vec{D}$: $\vec{D}_{\perp 1} - \vec{D}_{\perp 2} = \sigma$

3. Bestimmen der Greene'schen Funktion für die vorliegende Geometrie durch Grenzwertbildung der Ladung gegen eine Punktladung (oder bei ebenen Problemen Linienladung) an $\vec{r}_0$ bei gleichzeitigem $\varphi = 0$ auf dem Rand des Gebiets.

4. Das Potential einer allgemeinen Ladungsverteilung Im Inneren bzw. Potentialverteilung am Rand des betrachteten Gebietes berechnet sich dann wie folgt:

   $$\varphi(\vec{r}) = \int_V \mathrm{G}(\vec{r}, \vec{r}_0)\,\rho(\vec{r}_0)\,d\tau_0 - \varepsilon_0 \oint_{\partial V} \varphi(\vec{r})\,\frac{\partial \mathrm{G}(\vec{r}, \vec{r}_0)}{\partial \vec{n}} dA$$

Vielleitersysteme

$p_{ki} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 Q_i Q_k} \oint_{A_i} \oint_{A_k} \frac{\sigma_i \sigma_k}{r_{ik}} dA_i dA_k$	Potentialkoeffizienten des Systems	Potentialkoeffizientenmatrix $P = (p_{ik}) = (p_{ki})$ symmetrisch
$\varphi_k = \sum\limits_{i=1}^{n} p_{ki} Q_i$	Potential des Leiters k	
$c_{ik} = \frac{\mathrm{P}_{ik}}{\det P}$	Influenzkoeffizienten des Systems	P_{ik} Unterdeterminanten von P (Vorzeichen beachten!)
$Q_i = \sum\limits_{k=1}^{n} c_{ik} \varphi_k$	Ladungen auf den Leitern	Matrix $C = (c_{ik}) = (c_{ki})$ symmetrisch
$C_{ii} = \sum_{k=1}^{n} c_{ik}$; $C_{ik} = -c_{ik}$	Kapazitätskoeffizienten	
$\begin{array}{lllll} Q_1 & = C_{11} \cdot \varphi_1 & + C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) & + C_{13}(\varphi_1 - \varphi_3) & + \cdots \\ Q_2 & = C_{21}(\varphi_2 - \varphi_1) & + C_{22} \cdot \varphi_2 & + C_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) & + \cdots \\ Q_3 & = C_{31}(\varphi_3 - \varphi_1) & + C_{32}(\varphi_3 - \varphi_2) & + C_{33} \cdot \varphi_3 & + \cdots \\ \vdots & & & & \ddots \end{array}$		Ladungen aus den Kapazitätskoeffizienten.
$W = \frac{1}{2} \sum\limits_{i,k=1}^{n} p_{ik} Q_i Q_k = \frac{1}{2} \sum\limits_{i,k=1}^{n} c_{ik} \varphi_i \varphi_k$	Energie der Leiteranordnung	
$\sum\limits_{i=1}^{n} Q_i \cdot \widetilde{\varphi}_i = \sum\limits_{i=1}^{n} \widetilde{Q}_i \cdot \varphi_i$	Reziprozitätstheorem für zwei Zustände (Q_i, φ_i) und $\left(\widetilde{Q}_i, \widetilde{\varphi}_i\right)$ derselben geometrischen Anordnung.	

Ebene Feldprobleme und Konforme Abbildungen

- Die zweidimensionale Laplace-Gleichung lautet in karthesischen Koordinaten: $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0$
- Eine komplexe Funktion $f(z) = f(x + \mathrm{j}y) = u(x + \mathrm{j}y) + \mathrm{j}v(x + \mathrm{j}y)$ heißt analytisch, wenn die Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen $\left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x} \end{array} \right\}$ gelten. u, v, x und y sind dabei reell.
- Analytische Funktionen repräsentieren konforme (winkeltreue) Abbildungen von der z-Ebene in die f-Ebene, man realisiert so die Abbildung eines homogenen Feldes auf das jeweilige Problem.
- Jede analytische Funktion $w(z) = u(x, y) + \mathrm{j}v(x, y)$ kann elektrostatisch interpretiert werden. Sie wird dann als komplexes Potential bezeichnet. Dabei ist
  - $u(x, y) = \varphi(x, y)$ die reelle Potentialfunktion des Feldproblems, man erhält die Äquipotentiallinien durch Elimination von v.
  - $v(x, y) = \psi(x, y)$ die Stromfunktion des Feldproblems, man erhält die Feldlinien/Stromlinien durch Elimination von u.
- Man beachte, daß auch $\widetilde{w}(z) = \mathrm{j}w(z)$ ein komplexes Potential darstellt.
- Für die Stromfunktion ψ eines Feldes gilt:
  - $\psi = \text{const.}$ auf den Feldlinien
  - $\varepsilon_0 [\psi(x_2, y_2) - \psi(x_1, y_1)] = \frac{\Omega}{l \cdot w_0}$: Fluß pro Längeneinheit zwischen den mit w_0 normierten Punkten (x_1, y_1) und (x_2, y_2) des ebenen Feldes
  - $\kappa [\psi(x_2, y_2) - \psi(x_1, y_1)] = \frac{I}{l \cdot w_0}$: Strom pro Längeneinheit zwischen den mit w_0 normierten Punkten (x_1, y_1) und (x_2, y_2) des ebenen Feldes
- Komplexe Feldstärke: $-E = -E_x - E_y = \frac{\partial u}{\partial x} - \mathrm{j}\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\mathrm{d}w^*(z)}{\mathrm{d}z^*}$ bzw. $|E|^2 = EE^* = \frac{\mathrm{d}w(z)}{\mathrm{d}z} \frac{\mathrm{d}w^*(z)}{\mathrm{d}z^*}$, dabei sind $E_x = -\frac{\partial \psi}{\partial y}$ sowie $E_y = \frac{\partial \psi}{\partial x}$
- Für Beispiele analytischer Funktionen zur Lösung einiger spezieller Feldprobleme siehe `Lehner, Feldtheorie` S. 221ff

Das stationäre Strömungsfeld

- Es gilt das Ohmsche Gesetz:

$$\vec{g} = \kappa \vec{E}$$

(für homogene materialien). Dabei ist κ die elektrische Leitfähigkeit und $\vec{g}$ die Stromdichte.

- Sowie die Ladungserhaltung:

$$\mathrm{div}\vec{g} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

- Weiter gilt im stationären Fall:

$$\int_V \mathrm{div} g \cdot \mathrm{d}\tau = \oint_{\partial V} g \cdot \mathrm{d}A = 0$$

Dies entspricht dem 1. Kirchhoffschen Satz ($\sum_i I_i = 0$)

- Um einen stationären Strom zu erzeugen, muß eine Spannung $U = \oint E_e \mathrm{d}s = \frac{1}{\kappa} \oint g \cdot ds = IR$ eingeprägt sein. Dabei ist

$$R = \frac{1}{\kappa} \frac{\oint g \mathrm{d}s}{\int_A g \mathrm{d}A} = \frac{1}{\kappa} \frac{\int_a \mathrm{d}l}{\int_A \mathrm{d}A} = \frac{l}{\kappa A}$$

der Widerstand des Leiters.

- Mit der Relaxationszeit $t_r = \frac{\varepsilon}{\kappa}$ ist die Differentialgleichung $\rho + \frac{\partial \rho}{\partial \tau} = 0$ mit $\tau = \frac{t}{t_r} = t\frac{\kappa}{\varepsilon}$ durch die Funktionen $\rho\left(\vec{r}, t\right) = \rho\left(\vec{r}, 0\right) \exp\left(-\frac{t}{t_r}\right)$ mit $\rho\left(\vec{r}, 0\right) = C \cdot h\left(\vec{r}\right)$ erfüllt. Das bedeutet, daß eine Ladungsverteilung $\rho\left(\vec{r}, t\right)$ in einem Leiter mit ε und κ exponentiell mit der Zeitkonstanten t_r abklingt.

- Es gilt an der Grenzfläche zweier Medien: $g_{1\perp} = g_{2\perp}$ Daraus folgt das Brechungsgesetz für die E-Feldlinien:

$$\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \frac{E_{2\perp}}{E_{1\perp}} = \frac{\kappa_1}{\kappa_2}$$

- Für eine Flächenladung σ an der Grenzfläche zwischen zwei Medien muß gelten: $\sigma = g_{1\perp}\left(t_{r2} - t_{r1}\right)$

- Analogie zwischen $\vec{g}$ und $\vec{D}$:

$$
\begin{array}{c|c}
\multicolumn{2}{c}{\vec{E} = -\mathrm{grad}\varphi} \\
Q & I \\
\varepsilon & \kappa \\
\vec{D} = \varepsilon \vec{E} & \vec{g} = \kappa \vec{E} \\
\vec{D} = -\varepsilon \mathrm{grad}\varphi & \vec{g} = -\kappa \mathrm{grad}\varphi \\
\mathrm{div}\vec{D} = 0 \text{ (ladungsfreier Raum)} & \mathrm{div}\vec{g} = 0 \text{ (stationärer Fall)} \\
\multicolumn{2}{c}{\Delta\varphi = 0 \text{ (im homogenen Raum)}} \\
D_{1\perp} = D_{2\perp} & g_{1\perp} = g_{2\perp} \\
\multicolumn{2}{c}{E_{1\|} = E_{2\|}} \\
\frac{D_{1\|}}{\varepsilon_1} = \frac{D_{2\|}}{\varepsilon_2} & \frac{g_{1\|}}{\kappa_1} = \frac{g_{2\|}}{\kappa_2} \\
\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} & \frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \frac{\kappa_1}{\kappa_2}
\end{array}
$$

- Potential- und Feldberechnungen lassen sich wie folgt von $\vec{D}$ nach $\vec{g}$ übertragen, z.B. Linienladung $\Leftrightarrow$ Linienquelle:

$$\varphi(\vec{r}) = \int_C \frac{\frac{\partial Q}{\partial s}}{4\pi\varepsilon_0 \left|\vec{r} - \vec{r}'\right|} dl' = \int_C \frac{\frac{\partial I}{\partial s}}{4\pi\kappa \left|\vec{r} - \vec{r}'\right|} dl'$$

- Einige spezielle Strömungsfelder sind in `Lehner, Feldtheorie`, S. 246ff zu finden.

Magnetostatik

Grundgleichungen

$\mathrm{rot}\vec{H} = \vec{\jmath}$	Durchflutungsgesetz
$\mathrm{div}\vec{B} = 0$	Quellenfreiheit des magnetischen Feldes
$\oint_{\partial A} \vec{H}\mathrm{d}\vec{s} = \int_A \vec{\jmath}\mathrm{d}A$	integrale Form des Durchflutungsgesetzes
$\vec{B} = \mathrm{rot}\vec{A}$	Vektorpotential $\vec{A}$
$\vec{H} = -\mathrm{grad}\psi$ $\psi(b) = \psi(a) - \int_a^b \vec{H}\mathrm{d}\vec{s}$	$\vec{H}$ als Funktion des skalaren magnetischen Potentials ψ
$B(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\vec{\jmath}(\vec{r}') \times (\vec{r}-\vec{r}')}{\|\vec{r}-\vec{r}'\|^3} \mathrm{d}\tau'$	Biot-Savart'sches Gesetz
$B(\vec{r}) = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_s \frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{\|\vec{r}-\vec{r}'\|^3} \times \mathrm{d}\vec{r}'$	Biot-Savart'sches Gesetz für fadenförmige Leiter Beachte: $\mathrm{d}\vec{r}' = \frac{\mathrm{d}\vec{r}'(\alpha)}{\mathrm{d}\alpha}\mathrm{d}\alpha$
$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\vec{\jmath}(\vec{r}')}{\|\vec{r}-\vec{r}'\|} \mathrm{d}\tau'$	Vektorpotential eines Strömungsfeldes
$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_s \frac{\mathrm{d}\vec{r}'}{\|\vec{r}-\vec{r}'\|}$	Vektorpotential für fadenförmige Ströme
$\mathrm{div}\vec{A} = \begin{cases} 0 & \text{statisch} \\ -\mu\varepsilon\frac{\partial\varphi}{\partial t} & \text{dynamisch} \end{cases}$	

- Einige spezielle Magnetfelder und deren Vektorpotentiale sind in `Lehner, Feldtheorie`, S. 269ff zu finden.

Materialgleichungen

$\vec{B} = \mu_0\mu_r\vec{H} = \mu\vec{H}$	Zusammenhang zwischen $\vec{B}$ und $\vec{H}$ in linearen Medien (Keine Ferromagneten!)
$\vec{M} = \mu_0\chi_m\vec{H}$	Magnetisierung in einem Material
$\mu_r = 1 + \chi_m$	relative Permeabilität und magnetische Suszeptibilität eines linearen Materials
$B = \mu_0 H + M$	Zusammenhang zwischen magn. Flußdichte, Feldstärke und Magnetisierung
$\rho_{\mathrm{magn,geb}} = -\mathrm{div}\vec{M}$	fiktive gebundene magnetische Ladungsdichte
$\sigma_{\mathrm{magn,geb}} = \vec{M}\cdot\vec{n}$	fiktive gebundene magnetische Flächenladungsdichte
$\vec{\jmath}_{\mathrm{geb}} = \frac{1}{\mu_0}\mathrm{rot}\vec{M}$	Magnetisierungsstrom in einem Material
$\vec{k} = \frac{\vec{M}_1 - \vec{M}_2}{\mu_0} \times \vec{n}_{1\to 2}$	Oberflächenmagnetisierungsstrom an der Grenzfläche zwischen zwei Materialien

Induktion und Induktivität

$W = \frac{1}{2}\int_V \vec{H}\vec{B}\mathrm{d}\tau = \int_V \int_V \frac{\vec{\jmath}(\vec{r})\vec{\jmath}(\vec{r}')}{\|\vec{r}-\vec{r}'\|}\mathrm{d}\tau'\mathrm{d}\tau$	magnetische Energie im Volumen V
$W = \sum_i \sum_j \frac{1}{2}L_{ij}I_iI_j = \sum_i \sum_{j<i} L_{ij}I_iI_j + \sum_i \frac{1}{2}L_{ii}I_i^2$	magnetische Energie in einem Leitersystem
$L_{ij} = \int_{c_i}\int_{c_j} \frac{\mathrm{d}\vec{s}_j\cdot\mathrm{d}\vec{s}_i}{\|\vec{r}_i-\vec{r}_j\|}$	Gegeninduktivität zwischen zwei verschiedenen Fadenleitern c_i und c_j
$\Phi_i = \sum_k L_{ik}I_k$	Fluß durch eine Leiterschleife im Schleifensystem
$\Phi = \int_A \vec{B}\mathrm{d}\vec{a} = \oint_{\partial A} \vec{A}\mathrm{d}\vec{s}$	Fluß durch eine Fläche A (Vektorpotential $\vec{A}$)
$U = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$	induzierte Spannung an einem den Fluß Φ einschließenden Leiter
$\vec{E} = \vec{v}\times\vec{B}$	in einem Leiter induzierte Feldstärke

Differentialgleichungsformen in der Feldtheorie

$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} = C$	Potentialgleichung (elliptische Gleichung)
$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} = \frac{\partial\varphi}{\partial t}$	Diffusionsgleichung (parabolische Gleichung)
$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}$	Wellengleichung (hyperbolische Gleichung)

Diffusionsprobleme (quasistationäre Näherung)

Man verwendet die Maxwellschen Gleichungen unter Vernachlässigung des Verschiebungsstroms $\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$.

$\Delta\vec{E} = \mu\kappa\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$	Diffusionsgleichung für das elektrische Feld
$\Delta\vec{j} = \mu\kappa\frac{\partial\vec{j}}{\partial t}$	Diffusionsgleichung für die Stromdichte
$\Delta\vec{B} = \mu\kappa\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$	Diffusionsgleichung für das magnetische Feld
$\Delta\vec{A} = \mu\kappa\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$	Diffusionsgleichung für das magnet. Vektorpotential

Geht man zu den dimensionslosen Koordinaten $\xi = \frac{x}{l}$, $\eta = \frac{y}{l}$ und $\zeta = \frac{z}{l}$ sowie $\tau = \frac{t}{t_0}$ mit $t_0 = \mu\kappa l^2$ über, so besitzen die Diffusionsgleichungen die Form

$$\Delta_{\xi,\eta,\zeta}\vec{E} = \frac{\partial\vec{E}}{\partial\tau} \quad \text{etc.}$$

$B_z(\xi,\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} B_z(\xi_0,0)\cdot\frac{\exp\left[-\frac{(\xi-\xi_0)^2}{4\tau}\right]}{\sqrt{4\pi\tau}}\mathrm{d}\xi_0$	Lösung der Diffunsionsgleichung für ebene Magnetfeldprobleme im unendlichen Raum
$B_z(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} B_z(x_0,0)\cdot\frac{\exp\left[-\frac{(x-x_0)^2\mu\kappa}{4t}\right]}{\sqrt{\frac{4\pi t}{\mu\kappa}}}\mathrm{d}x_0$	dimensionsbehaftete Lösung der Diffusionsgleichung (s.o.)
Zur Herleitung der Greene'schen Funktionen ($\frac{\exp[\dots]}{\sqrt{\dots}}$) siehe `Lehner S. 374ff`.	

Elektromagnetische Wellen

$\Delta\vec{E} - \text{grad div}\vec{E} = \mu\kappa\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} + \mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$	allgemeine Wellengleichung für das elektrische Feld
$\Delta\vec{B} = \mu\kappa\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} + \mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}$	allgemeine Wellengleichung für das magnetische Feld
$\omega = \omega(k)$	Dispersionsbeziehung, meist aus Einsetzen der Lösung in die Wellengleichung erhältlich

Ebene harmonische Wellen

$$\vec{E} = \Re\left\{\underline{\vec{E}_0}\exp[j(\omega t - kx)]\right\} \qquad \vec{H} = \Re\left\{\underline{\vec{H}_0}\exp[j(\omega t - kx)]\right\}$$

$Z_F = \frac{\lvert\vec{E}\rvert}{\lvert\vec{H}\rvert} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$	Feldwellenwiderstand
$v_p = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{c_o}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = \lambda f = \frac{\omega}{k}$	Phasengeschwindigkeit $\Rightarrow$ Dispersionsbeziehung: $\omega = \frac{k}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$
$\vec{S} = \vec{E}_{\text{eff}} \times \vec{H}_{\text{eff}}$	Poynting-Vektor (Energieflußdichte)
$\vec{k} = \frac{\vec{S}}{\lvert\vec{S}\rvert}\frac{2\pi}{\lambda}$	Wellenvektor, $\lvert\vec{k}\rvert$: Wellenzahl

Wellen, Energie und Leistung

$w(\vec{r},t) = \frac{1}{2}\varepsilon\vec{E}^2(\vec{r},t) + \frac{1}{2}\mu\vec{H}^2(\vec{r},t)$	Energiedichte an einem Ort $\vec{r}$ zum Zeitpunkt t
$p(\vec{r},t) = \vec{E}(\vec{r},t)\cdot\vec{j}(\vec{r},t)$	Wärmeleistungsdichte in einem Leiter
$\text{div}\vec{S} + \frac{\vec{j}^2}{\kappa} + \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\varepsilon\vec{E}^2}{2} + \frac{\mu\vec{H}^2}{2}\right) = 0$	Energieerhaltung