Übertragungstechnik 2 - Formelsammlung

Andreas Selig Jochen Bauknecht

20. September 2000

Inhaltsverzeichnis

1 QAM

Reelles Sendesignal

$$u(t) = \underbrace{\Big(\sum_{k=-\infty}^{\infty} \Re\{a_n\} \cdot g(t-kT)\Big)}_{x_N(t)} \cdot \cos(\omega_0 t) - \underbrace{\Big(\sum_{k=-\infty}^{\infty} \Im\{a_k\} \cdot g(t-kT)\Big)}_{x_Q(t)} \cdot \sin(\omega_0 t)$$

$$u(t) = \sqrt{x_N^2(t) + x_Q^2(t)}\cos(\omega_0 + \varphi_0)$$

$\varphi_0 = \arctan \frac{x_Q(t)}{x_N(t)}$

bild 3

Komplexe Hüllkurve
$x_H(t) = \Big(\sum_{k=-\infty}^{\infty} \Re\{a_k\} \cdot g(t-kT)\Big) + j \cdot \Big(\sum_{k=-\infty}^{\infty} \Im\{a_k\} \cdot g(t-kT)\Big)$

Empfangsfolge bei digitale QAM

$$q_n = \underbrace{a_n}_{Sendefolge} \cdot \underbrace{h(t_0)}_{Verstärkungsfaktor} + \underbrace{\sum_{k=-\infty\ \neq n}^{\infty} a_k \cdot h(t_0+(n-k)T)}_{Intersymbol-Interfezenz} + \underbrace{r_n}_{Rauschen}$$

2 AM

inkohärente Demodulation (Hüllkurvendemodulation)(nicht für QAM)
$z(t) = u^2(t)$
nichtlinearer Demodulator:
bild 4

3 Einseitenband-AM

ESBAM-Signal:$y(t) = x(t)cos\omega_0 t - (x(t) * h(t))sin(\omega_0 t)$

Hilbert: $h(t) = \frac{1}{\pi t}$ $\circ\!\!-\!\!\bullet$ $H(\omega) = -j \cdot sgn(\omega)$
bild 1

3.1 ESBAM-Demodulation

$U(\omega) = \frac{1}{T_0} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} Y(\omega - \nu\omega)$
bild 2

4 Abtastung

minimale Abtastung:$f_A = \frac{1}{T_A} = 2f_g$

Bitrate:$v_{ü} = Mf_A = \frac{M}{T_A} = \frac{1}{T_B} = Mv_s = v_s \cdot ldL$

Signalrate:$v_s = \frac{1}{T_A} = \frac{v_{ü}}{M}$

Bandbreiteneffizienz:$\eta = \frac{v_{ü}}{f_g}$

Grenzfrequenz des Impulsformers:$f_G = f_n(1+\alpha)$ mit $f_n = \frac{1}{2T} = \frac{M}{2T_A} = Mf_g$

Bitdauer des seiellen Bits: $T_B = \frac{T_A}{M}$

Shannon: $\omega_A \geq 2\omega_1$

Nyquist: $$H(\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| \leq \omega_N(1-\alpha) \\ \cos^2 \frac{\pi(|\omega|-\omega_N(1-\alpha))}{4\alpha\omega_N} & \omega_N((1-\alpha) < |\omega| < \omega_N(1+\alpha)) \\ 0 & |\omega| \geq \omega_N(1+\alpha) \end{cases}$$

$h(t) = \frac{1}{T} si(\frac{\pi t}{T}) \frac{cos\frac{\pi\alpha t}{T}}{1-(\frac{2\alpha t}{T})^2}$ $\quad T = \frac{\pi}{\omega_N}$ $\quad si(u) = \frac{sinu}{u}$ $\quad \alpha =$Flankenfaktor

5 Rauschen

Leistung von weißem, bandbegrenztem Rauschen: $P_n = 2S_0\omega_g \cdot \frac{1}{2\pi} = \frac{S_0\omega_g}{\pi}$

Signalenergie (mit Parsevall): $E_S = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{\omega_g}^{\omega_g} |W(\omega)|^2 \,\mathrm{d}\omega = \int f^2(t)\,\mathrm{d}t$

Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion: $p(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} \cdot \exp\left(-\frac{n^2}{2\sigma_0^2}\right)$

Rauschen $r(t)$ am Ausgang eines Empfangstiepasses:$S_{rr} = |C(\omega)|^2 S_{nn}(\omega)$

Mittlere Leistung des Rauschens: $N_r = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} S_{rr}(\omega)\,\mathrm{d}\omega = N_0 f_g = \sigma_0^2$

Signal-zu-Rauschverhältnis (SNR): $\gamma = \frac{N_{a_n}}{N_{r_n}}$

6 Fehler

$Q(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{\alpha}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}\rho^2}\,\mathrm{d}\rho \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}\alpha} e^{-\frac{\alpha^2}{2}} \approx \frac{1}{2} e^{-\frac{\alpha^2}{2}}$

Symbolfehler:
(1-dim): $P_{ei} = P[a] * P[b|a] + P[b] * P[a|b]$
$P[a|b] = P[w_n < E] = Q(\frac{|b-E|}{\sigma})$

(2-dim): $P_{ei} = [Re() > a] + [Im() > b] - [(Re() > a) \wedge (Im() > b)]$
$P_{ei} = Q(\frac{a}{\sigma}) + Q(\frac{b}{\sigma}) - Q(\frac{a}{\sigma}) + Q(\frac{b}{\sigma})$

Schrittfehler: $P_s = \sum_i P_i + P_{ei}$

$\sigma^2 = N_r = N_0 * M * f_g$

7 Umrechnungen

7.1 e-Umrechnungen

$e^z = e^{a+ib} = e^a e^{ib} = e^a(\cos b + i \sin b)$
$e^{z_1+z_2} = e_1^Z e_2^Z \quad e^{z_1+z_2} = \frac{e_1^Z}{e_2^Z}$
$e^{i\pi} = -1 \quad e^{z+in2\pi} = e^z$
$u^z = e^{z \cdot ln(u)} \quad i^i = e^{iln(i)} = e^{-\frac{\pi}{2}} = 0,207$

7.2 e-sincos-Umrechnungen

$\cos z = \frac{1}{2}(e^{iz} + e^{-iz})$
$\sin z = \frac{1}{2i}(e^{iz} - e^{-iz})$
$\sinh z = \frac{1}{2}(e^z + e^{-z})$
$\cosh z = \frac{1}{2}(e^z - e^{-z})$
$e^{iz} = \cos z + i \sin z$
$e^z = \cosh z + \sinh z$

7.3 sincos-Umrechnungen

$\tan z = \frac{\sin z}{\cos z}$
$\cot z = \frac{\cos z}{\sin z}$
$\cos(z+w) = \cos z \cos w - \sin z \sin w$
$\sin(z+w) = \sin z \cos w + \cos z \sin w$
$\cosh z = \cos iz$
$\sinh z = -i \sin iz$
$\cos z = \cosh iz$
$\sin z = -i \sinh iz$
$\sin^2 z + \cos^2 z = 1$
$\cosh^2 z - \sinh^2 z = 1$
$\cos^2 z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2z$
$\sin^2 z = 1 - \cos^2 z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2z$
$\cos^3 z = \frac{1}{4}(3\cos z + \cos(3z))$
$\sin^3 z = \frac{1}{4}(3\sin z - \sin(3z))$
$\cos^4 z = \frac{1}{8}(\cos(4z) + 4\cos(2z) + 3)$
$\sin^4 z = \frac{1}{8}(\cos(4z) - 4\cos(2z) + 3)$
$\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2}\sin(2x)$
$\sinh x \cosh x = \frac{1}{2}\sinh(2x)$
$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$

7.4 Sonstige

$\Re\{z\} = \frac{1}{2}(z + z^*)$
$\Im\{z\} = \frac{1}{2}(z - z^*)$
$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x+y) + \cos(x-y)]$
$\sin x \cdot \sin y = \frac{1}{2}[\cos(x-y) - \cos(x+y)]$
$\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x-y) + \sin](x+y)$